Mecánica Estadística

Guía de problemas Nº2

22 de agosto de 2023

1. Tres átomos idénticos no interactuantes que poseen cada uno un espín de momento magnético m, están sometidos a un campo externo de magnitud H. Cada espín tiene dos orientaciones posibles cuyas energías son $-\mu_0 mH$ (cuando está paralelo al campo) y $+\mu_0 mH$ (cuando está antiparalelo al campo), donde μ_0 es la permeabilidad del vacío.

   a) Identificar las configuraciones y las energía correspondientes a cada uno de los 8 estados del sistema.

   b) Calcular el número de microestados del sistema si la energía total tiene un valor constante de $-\mu_0 mH$.

   c) Bajo la condición anterior, cuál es la probabilidad de que un espín en particular esté paralelo al campo?.

2. Demostrar que el calor específico molar a volumen constante en el modelo de Einstein a altas temperaturas tiende a una constante $3R$ (donde R es la constante universal de los gases), mientras que en el límite de bajas temperaturas el comportamiento es exponencial.

3. Calcular la ecuación de estado del modelo de Einstein suponiendo que la frecuencia ω_0 depende del volumen molar ν del sólido como

   $$\omega_0 = \omega_0^* - A \ln(\nu/\nu_0), \tag{1}$$

   donde ω_0^*, A y ν_0 son contantes.

4. En el modelo de dos estados considerar que la energía del nivel excitado, ϵ, tiene una dependencia como

   $$\epsilon = a/v^\gamma, \tag{2}$$

   donde a y γ son contantes positivas, mientras que $v = V/N$. Calcular la ecuación de estado del sistema

5. Puede considerarse que un material paramagnético está formado por N átomos idénticos que no interactúan entre sí y poseen cada uno un espín de momento magnético m.

Suponiendo que los espines son 1/2 (tiene dos orientaciones posibles), si se aplica un campo externo de magnitud H cada átomo tendrá dos niveles cuyas energías serán $-\mu_0 mH$ (cuando el espín está paralelo al campo) y $+\mu_0 mH$ (cuando está antiparalelo al campo). Para este sistema calcular:

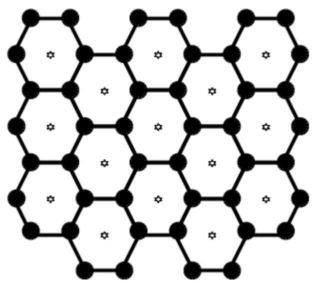
a) La entropía S como función de N, H y la energía E.

b) La energía E como función de H y de la temperatura T.

c) La capacidad calorífica a volumen constante.

d) La magnetización M como función de H y T.

6. La siguiente figura muestra un sistema de N átomos (círculos negros) que en su estado fundamental forman una red hexagonal. La energía asociada con mover un determinado átomos de su sitio original (dejando ese sitio vacío) a cualquier posición intersticial (estrellas en la figura) es igual a $\delta > 0$. Usando el formalismo microcanónico calcular la energía media por átomo u en el límite termodinámico como función de la temperatura T. Determinar qué valores toma u para los límites $T \to 0$ y $T \to \infty$.



Ayuda:

- Notar que para una red hexagonal de N átomos existen $N/2$ sitios intersticiales (suponer que la red es infinita y los bordes son despreciables).
- Además, tener en cuenta que el número de microestados del sistema depende de las configuraciones tanto de los átomos que están en la red, como de aquellos que están situados sobre los sitios intersticiales.

7. La superficie de un material posee M sitios de adsorción en los cuales se pueden localizar las moléculas de una gas que lo rodea (ver la figura siguiente). Suponiendo que estos sitios son distinguibles e independientes (las moléculas adsorbidas en los sitios no interactúan entre sí) y pueden alojar no mas de una molécula por vez con una energía ϵ (y energía 0 si el sitio está vacío), determinar usando el formalismo microcanónico los valores medios de la energía y el número de partículas adsorbidas por sitio de adsorción como función de la temperatura T. Calcular además los valores que toma esta última cantidad en los límites $T \to 0$ y $T \to \infty$, cuando $\epsilon > 0$ y $\epsilon < 0$.